Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

**РАБОТА №5**

**Изгиб балки Бернулли-Эйлера**

по дисциплине «Вычислительная механика»

Вариант №17

Выполнил

студент гр. 5030103/10301 А.Г. Фёдоров

Руководитель

Доцент, к.ф.-м.н. Е.Ю. Витохин

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

Санкт-Петербург

2023

**Содержание**

[Постановка задачи 3](#_Toc161181759)

[Метод решения 3](#_Toc161181760)

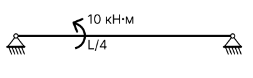
[Результаты 6](#_Toc161181761)

# Постановка задачи

Требуется рассчитать прогибы и изгибающие моменты стальной балки Бернулли-Эйлера длиной 1 метр под действием момента. Материал – сталь,

Н/м, плотность стали

Рис. 1 Балка



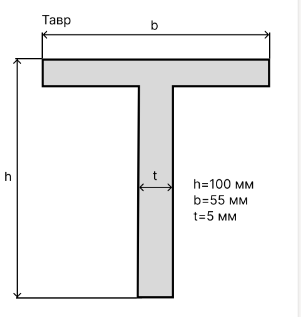


Рис. 2 Сечение

# Метод решения

Перемещения балки можно описать:

– угол поворота сечения

Из геометрических соотношений можно получить,

– кривизна изогнутой балки

Напряжения:

– Момент инерции

Для решения задачи воспользуемся методом минимизации потенциальной энергии.

– внутренняя энергия деформаций

– работа внешних сил

– сосредоточенные силы

– поверхностные силы

– объёмные силы

– распределенная нагрузка

Рассмотрим один конечный элемент.

Будем описывать перемещения через кубический полином

– матрица функций форм

Функции форм будем рассматривать в изопараметрической системе координат.

Запишем кривизну:

– матрица градиентов

Тогда внутреннюю энергию можно записать:

Можно ввести локальную матрицу жёсткости как:

Получили потенциальную энергию, минимизируем её. Минимум достигается, когда первая вариация по перемещениям равна 0.

Получим:

– основное уравнение МКЭ для одного элемента

Для решения задачи, нужно перейти к глобальной системе координат.

,

Основное уравнение МКЭ:

Решив данную систему уравнений получим перемещения –

# Результаты

**Прогибы:**

Рисунок 3 Прогибы балки по расчетам в Abaqus

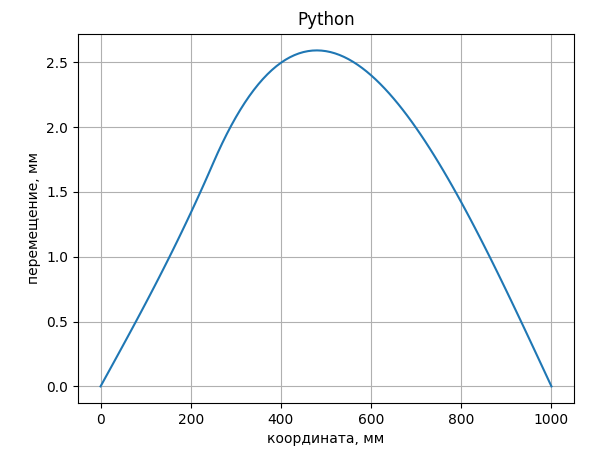


Рисунок 4 Прогибы балки по расчетам в Python

**Моменты:**

Рис. 5 Изгибающие моменты, возникающие в балке Abaqus

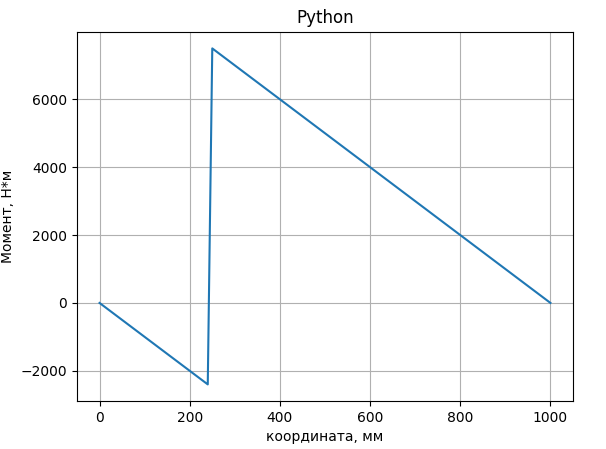


Рис. 6 Изгибающие моменты, возникающие в балке Python

**Силы:**

Рисунок 7 Силы, полученные в Abaqus

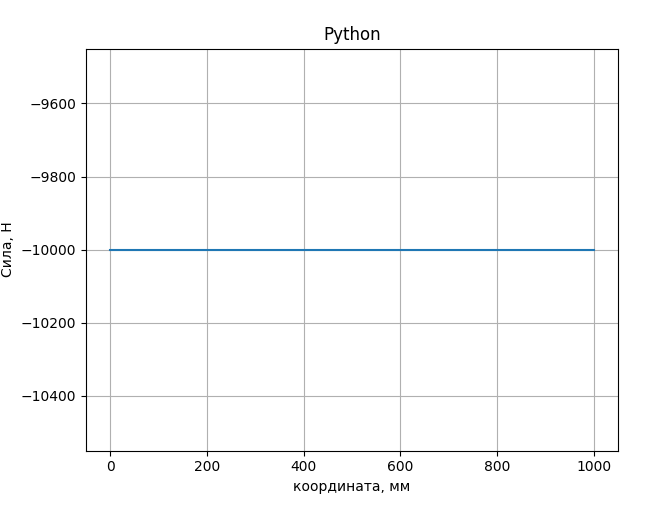


Рисунок 8 Силы, полученные в Python

Таб. 1 Результаты работы в Python

Таб. 2 Результаты работы в Abaqus

