Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

**РАБОТА №5**

**Изгиб балки Бернулли-Эйлера**

по дисциплине «Вычислительная механика»

Вариант №17

Выполнил

студент гр. 5030103/10301 А.Г. Фёдоров

Руководитель

Доцент, к.ф.-м.н. Е.Ю. Витохин

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

Санкт-Петербург

2024

**Содержание**

[Постановка задачи 3](#_Toc161181759)

[Метод решения 3](#_Toc161181760)

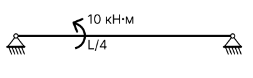
[Результаты 6](#_Toc161181761)

# Постановка задачи

Требуется рассчитать прогибы и изгибающие моменты стальной балки Бернулли-Эйлера длиной 1 метр под действием момента. Материал – сталь,

Н/м, плотность стали

Рис. 1 Балка



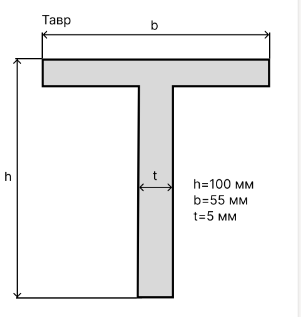


Рис. 2 Сечение

# Метод решения

Перемещения балки можно описать:

– угол поворота сечения

Из геометрических соотношений можно получить,

– кривизна изогнутой балки

Напряжения:

– Момент инерции

Для решения задачи воспользуемся методом минимизации потенциальной энергии.

– внутренняя энергия деформаций

– работа внешних сил

– сосредоточенные силы

– поверхностные силы

– объёмные силы

– распределенная нагрузка

Рассмотрим один конечный элемент.

Будем описывать перемещения через кубический полином

– матрица функций форм

Функции форм будем рассматривать в изопараметрической системе координат.

Запишем кривизну:

– матрица градиентов

Тогда внутреннюю энергию можно записать:

Можно ввести локальную матрицу жёсткости как:

Получили потенциальную энергию, минимизируем её. Минимум достигается, когда первая вариация по перемещениям равна 0.

Получим:

– основное уравнение МКЭ для одного элемента

Для решения задачи, нужно перейти к глобальной системе координат.

,

Основное уравнение МКЭ:

Решив данную систему уравнений получим перемещения –

# Результаты

**Прогибы:**

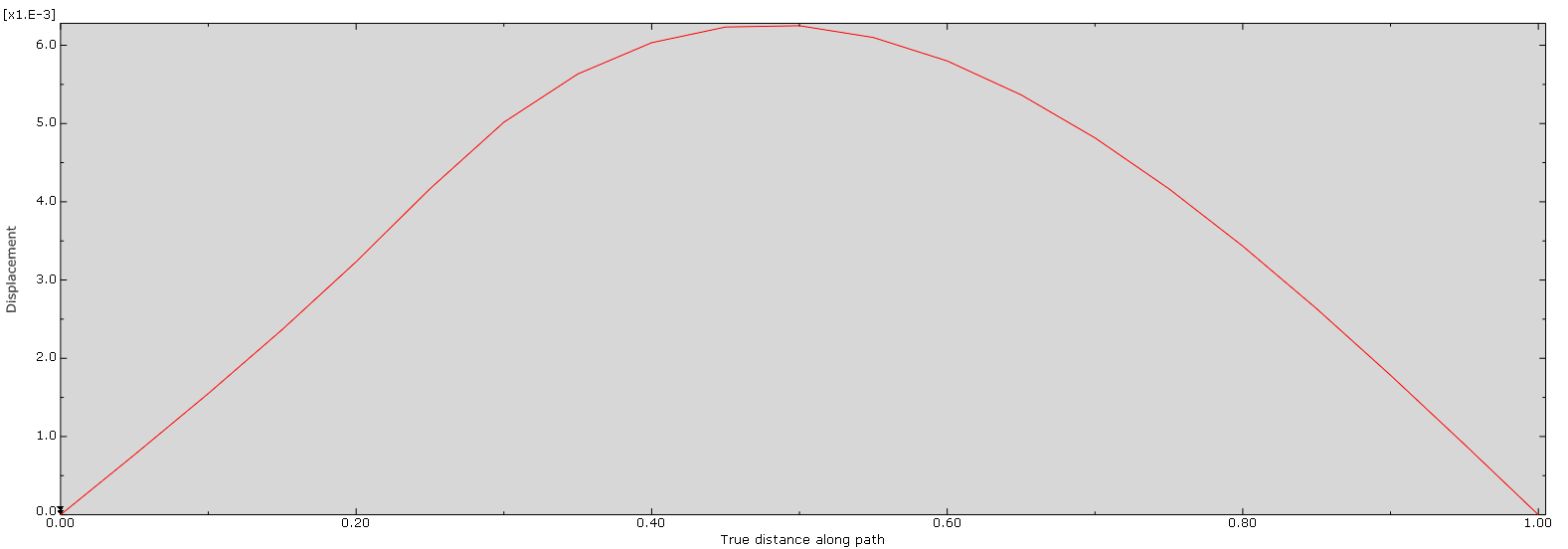


Рисунок 3 Прогибы балки по расчетам в Abaqus (м)

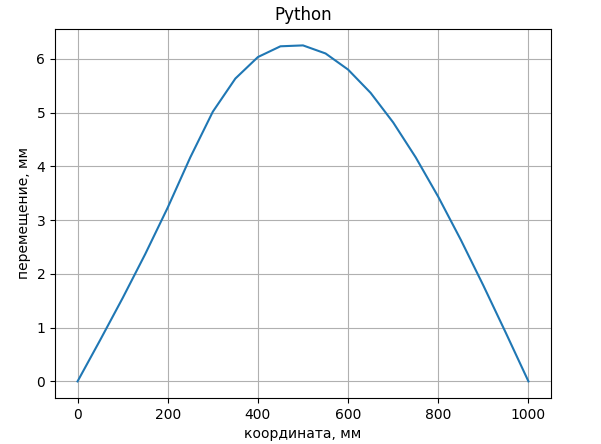


Рисунок 4 Прогибы балки по расчетам в Python

**Моменты:**

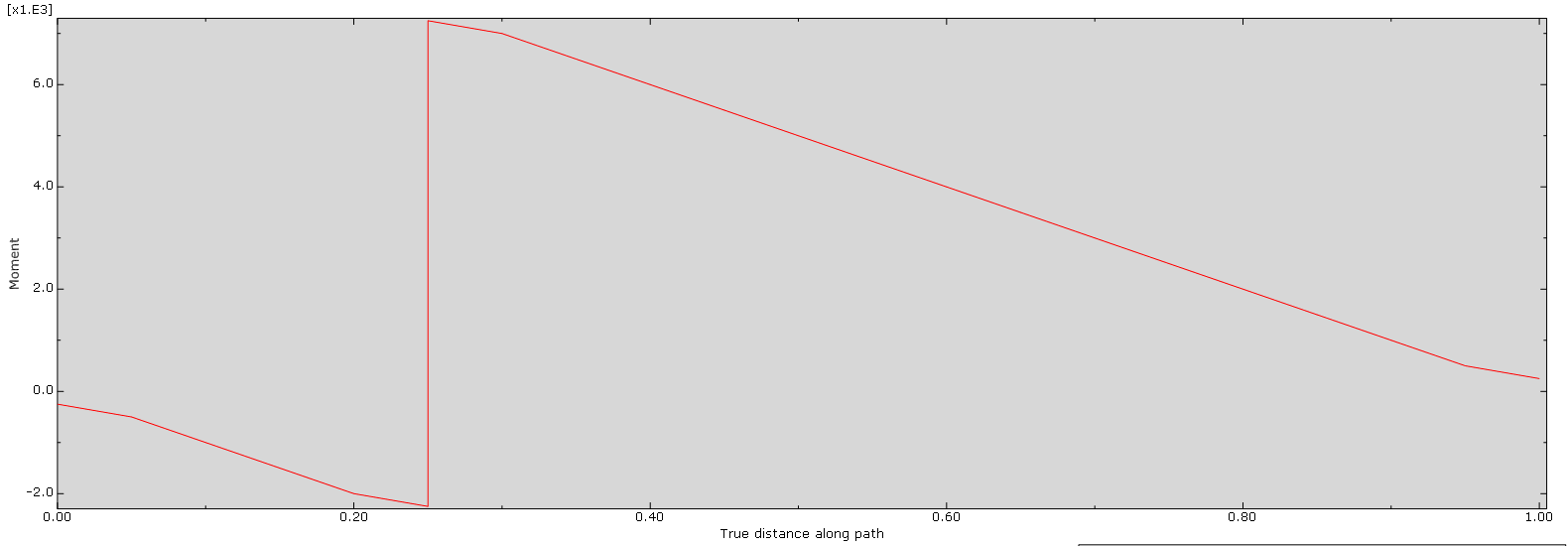


Рис. 5 Изгибающие моменты, возникающие в балке Abaqus (Нм)

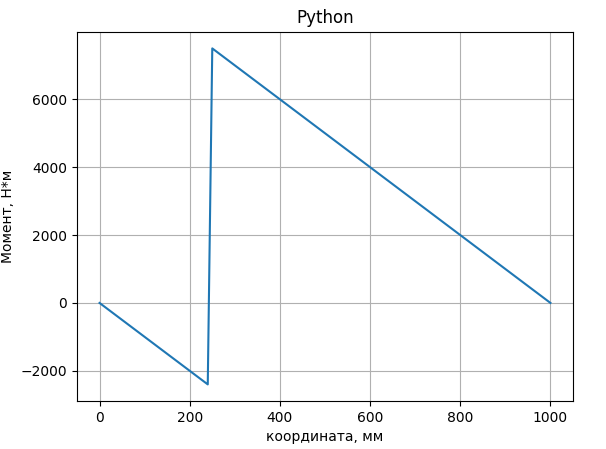


Рис. 6 Изгибающие моменты, возникающие в балке Python

**Силы:**

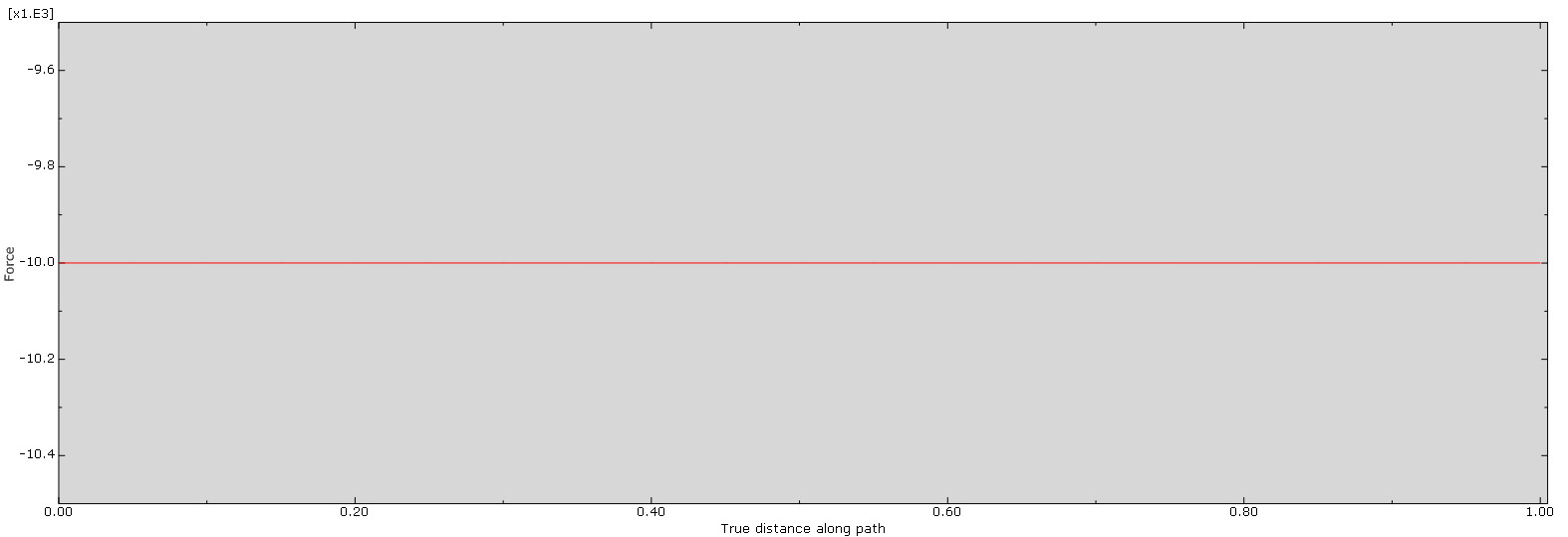
****

Рисунок 7 Силы, полученные в Abaqus (Н)

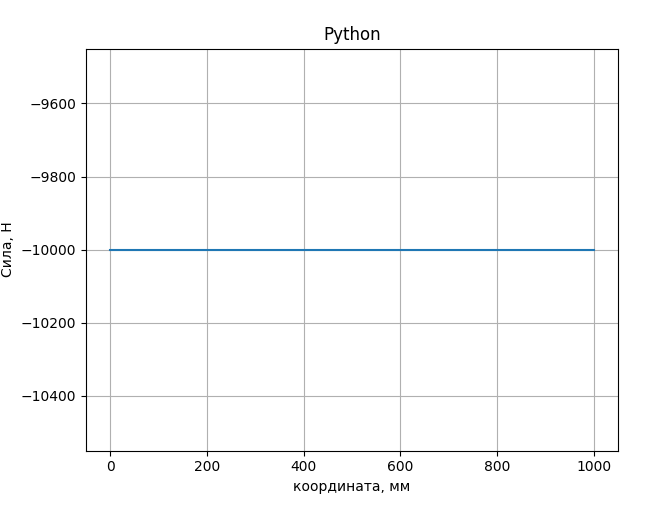


Рисунок 8 Силы, полученные в Python

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Координата, мм** | **Перемещения, мм** | **Усилия, Н** | **Моменты, нМ** |
| 0 | 0 | -10000 | 0 |
| 50 | 0,766666667 | -10000 | -500 |
| 100 | 1,55 | -10000 | -1000 |
| 150 | 2,366666667 | -10000 | -1500 |
| 200 | 3,233333333 | -10000 | -2000 |
| 250 | 4,166666667 | -10000 | 7500 |
| 300 | 5,016666667 | -10000 | 7000 |
| 350 | 5,633333333 | -10000 | 6500 |
| 400 | 6,033333333 | -10000 | 6000 |
| 450 | 6,233333333 | -10000 | 5500 |
| 500 | 6,2500 | -10000 | 5000 |
| 550 | 6,1 | -10000 | 4500 |
| 600 | 5,8 | -10000 | 4000 |
| 650 | 5,366666667 | -10000 | 3500 |
| 700 | 4,816666667 | -10000 | 3000 |
| 750 | 4,166666667 | -10000 | 2500 |
| 800 | 3,433333333 | -10000 | 2000 |
| 850 | 2,633333333 | -10000 | 1500 |
| 900 | 1,783333333 | -10000 | 1000 |
| 950 | 0,9 | -10000 | 500 |
| 1000 | 0 | -10000 | 0 |

Таб. 1 Результаты работы в Python

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Моменты | | Усилия | | Прогибы | |
| м | Н\*м | м | Н | м | мм |
| 0 | -250 | 0 | -10000 | 0 | 0 |
| 0,05 | -500 | 0,05 | -10000 | 0,05 | 0,766667 |
| 0,1 | -1000 | 0,1 | -10000 | 0,1 | 1,55 |
| 0,15 | -1500 | 0,15 | -10000 | 0,15 | 2,36667 |
| 0,2 | -2000 | 0,2 | -10000 | 0,2 | 3,23333 |
| 0,25 | -2250 | 0,25 | -10000 | 0,25 | 4,16667 |
| 0,25 | 7250 | 0,3 | -10000 | 0,3 | 5,01667 |
| 0,3 | 7000 | 0,35 | -10000 | 0,35 | 5,63333 |
| 0,35 | 6500 | 0,4 | -10000 | 0,4 | 6,03333 |
| 0,4 | 6000 | 0,45 | -10000 | 0,45 | 6,23333 |
| 0,45 | 5500 | 0,5 | -10000 | 0,5 | 6,2500 |
| 0,5 | 5000 | 0,55 | -10000 | 0,55 | 6,1000 |
| 0,55 | 4500 | 0,6 | -10000 | 0,6 | 5,8000 |
| 0,6 | 4000 | 0,65 | -10000 | 0,65 | 5,36667 |
| 0,65 | 3500 | 0,7 | -10000 | 0,7 | 4,81667 |
| 0,7 | 3000 | 0,75 | -10000 | 0,75 | 4,16667 |
| 0,75 | 2500 | 0,8 | -10000 | 0,8 | 3,43333 |
| 0,8 | 2000 | 0,85 | -10000 | 0,85 | 2,63333 |
| 0,85 | 1500 | 0,9 | -10000 | 0,9 | 1,78333 |
| 0,9 | 1000 | 0,95 | -10000 | 0,95 | 0,9 |
| 0,95 | 500 | 1 | -10000 | 1 | 0 |
| 1 | 250 |  |  |  |  |

Таб. 2 Результаты работы в Abaqus

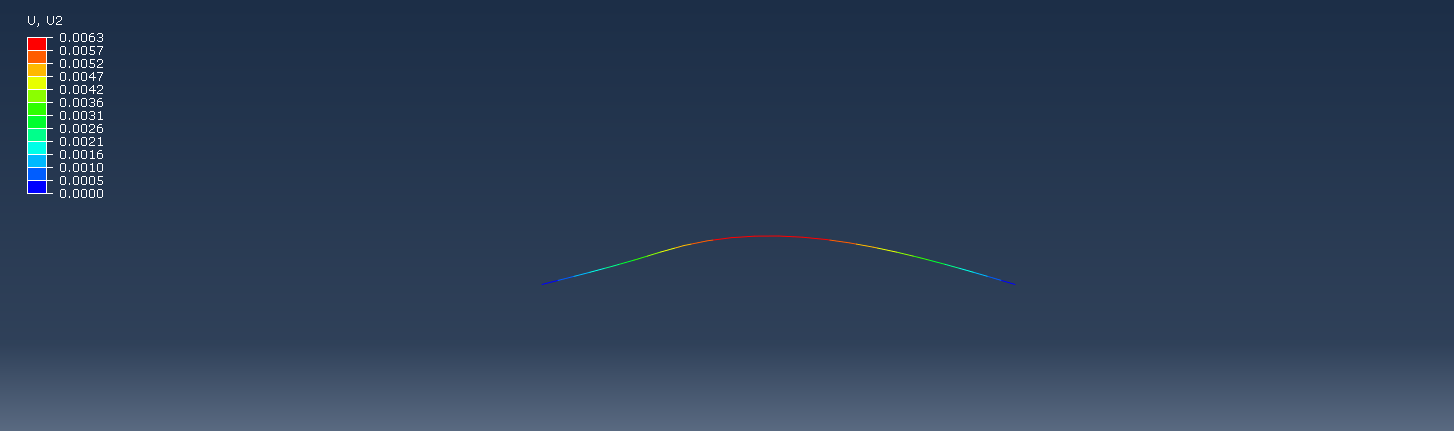


Рисунок 9 Деформированная балка