Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

**РАБОТА №5**

**Изгиб балки Бернулли-Эйлера**

по дисциплине «Вычислительная механика»

Вариант №17

Выполнил

студент гр. 5030103/10301 <*подпись*> А.Г.Фёдоров

Руководитель

Доцент, к.ф.-м.н. <*подпись*> Е.Ю. Витохин

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

**Содержание**

[Постановка задачи 3](#_Toc101746859)

[Метод решения 4](#_Toc101746860)

[Результаты 7](#_Toc101746861)

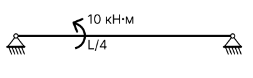
[Выводы 11](#_Toc101746862)

# Постановка задачи

Требуется рассчитать прогибы и изгибающие моменты стальной балки Бернулли-Эйлера длиной 1 метр под собственным весом. Материал – сталь,

Н/м, плотность стали

Рис. 1 Балка



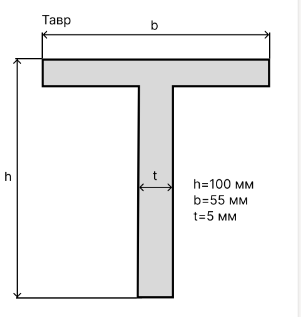


Рис. 2 Сечение

# Метод решения

Перемещения балки можно описать:

– угол поворота сечения

Из геометрических соотношений можно получить,

– кривизна изогнутой балки

Напряжения:

– Момент инерции

Для решения задачи воспользуемся методом минимизации потенциальной энергии.

– внутренняя энергия деформаций

– работа внешних сил

– сосредоточенные силы

– поверхностные силы

– объёмные силы

– распределенная нагрузка

Рассмотрим один конечный элемент.

Будем описывать перемещения через кубический полином

– матрица функций форм

Функции форм будем рассматривать в изопараметрической системе координат.

Запишем кривизну:

– матрица градиентов

Тогда внутреннюю энергию можно записать:

Можно ввести локальную матрицу жёсткости как:

Получили потенциальную энергию, минимизируем её. Минимум достигается, когда первая вариация по перемещениям равна 0.

Получим:

– основное уравнение МКЭ для одного элемента

Для решения задачи, нужно перейти к глобальной системе координат.

,

Основное уравнение МКЭ:

Решив данную систему уравнений получим перемещения –

# Результаты

Прогибы:

Рисунок 3 Прогибы балки по расчетам в Abaqus

Рисунок 4 Прогибы балки по расчетам в MatLab

Моменты:

Рис. 5 Изгибающие моменты, возникающие в балке Abaqus

Рис. 6 Изгибающие моменты, возникающие в балке MatLab

Силы:

Рисунок 7 Силы, полученные в Abaqus

Рисунок 8 Силы, полученные в MatLab

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Координата, мм** | **Перемещения, мм** | **Усилия, Н** | **Моменты Н\*м** |
| 0 | 0 | 10000 | 0 |
| 50 | 0,000317241 | 10000 | -500 |
| 100 | 0,000641379 | 10000 | -1000 |
| 150 | 0,00097931 | 10000 | -1500 |
| 200 | 0,001337931 | 10000 | -2000 |
| 250 | 0,001724138 | 10000 | 7500 |
| 300 | 0,002075862 | 10000 | 7000 |
| 350 | 0,002331034 | 10000 | 6500 |
| 400 | 0,002496552 | 10000 | 6000 |
| 450 | 0,00257931 | 10000 | 5500 |
| 500 | 0,002586207 | 10000 | 5000 |
| 550 | 0,002524138 | 10000 | 4500 |
| 600 | 0,0024 | 10000 | 4000 |
| 650 | 0,00222069 | 10000 | 3500 |
| 700 | 0,001993103 | 10000 | 3000 |
| 750 | 0,001724138 | 10000 | 2500 |
| 800 | 0,00142069 | 10000 | 2000 |
| 850 | 0,001089655 | 10000 | 1500 |
| 900 | 0,000737931 | 10000 | 1000 |
| 950 | 0,000372414 | 10000 | 500 |
| 1000 | 0 | 10000 | 0 |

Таб. 1 Результаты работы в Python

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Координата, мм** | **Перемещения, мм** | **Усилия, Н** | **Моменты Н\*м** |
| 0 | 0 | 10000 | 0 |
| 50 | 0,000337292 | 10000 | -500 |
| 100 | 0,000691729 | 10000 | -1000 |
| 150 | 0,00105420 | 10000 | -1500 |
| 200 | 0,001446138 | 10000 | -2000 |
| 250 | 0,002205862 | 10000 | 7500 |
| 300 | 0,002251034 | 10000 | 7000 |
| 350 | 0,002536552 | 10000 | 6500 |
| 400 | 0,002716772 | 10000 | 6000 |
| 450 | 0,00287931 | 10000 | 5500 |
| 500 | 0,002786207 | 10000 | 5000 |
| 550 | 0,002624138 | 10000 | 4500 |
| 600 | 0,0024 | 10000 | 4000 |
| 650 | 0,00232169 | 10000 | 3500 |
| 700 | 0,002193103 | 10000 | 3000 |
| 750 | 0,001835158 | 10000 | 2500 |
| 800 | 0,00148961 | 10000 | 2000 |
| 850 | 0,001086325 | 10000 | 1500 |
| 900 | 0,000736931 | 10000 | 1000 |
| 950 | 0,000372414 | 10000 | 500 |
| 1000 | 0 | 10000 | 0 |

Таб. 2 Результаты работы в Abaqus

# Выводы

Полученные данный согласуются с теоретическими знаниями, полученными в сопромате.